

## Térgeometria

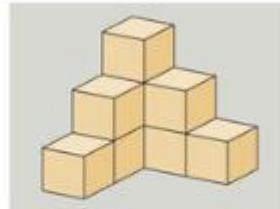
**Kocka, téglatest**

Megoldás → 248. o.

**0 9 3***felszínképletek, lapátló, testátló, határoló lapok területe, térfogatképletek*

**737** Bence 5 cm-es kockákból a mellékelt ábrán látható testet építi. Számolja ki a test felszínét, térfogatát! (⇒)

**738** Mekkora a kocka éle, ha lapátlója 14,14 cm hosszú?  
 a) Számítsa ki a kocka térfogatát!  
 b) Határozza meg a testátló hosszát!



**739** Dotti be szeretne festeni kívülről egy olyan felülről zárható téglatest alakú fadóbozt, amelynek egy csúcsból kiinduló éleinek hossza 2 dm, 0,4 m és 15 cm. Számolja ki, hány  $\text{dm}^2$  a befestett terület!

**740** Kirának olyan téglatest alakú terráriumra van, amelynek egy csúcsból kiinduló éleinek hossza 80 cm, 60 cm, 40 cm. A magassága a legrövidebb él. Kira teknősei nagyon aktívak, ezért több napozóhelyet, akadályt szeretne a terráriumukba tenni. Hogy biztosan ne tudjanak kimászni a teknősök, Kira a berendezési tárgyak elhelyezése előtt a terráriumot csak magasságának kétötödéig tölti fel vízzel. Hány liter vizet önt így a terráriumba?

**741** Egy téglatest egy csúcsból kiinduló élei egy olyan számtani sorozat egymást követő elemei, amelynek különbsége 4 cm. Az egy csúcsból kiinduló élek összege 30 cm. Mekkora a téglatest térfogata?

**742** Egy téglatest egy csúcsból kiinduló élei olyan mértani sorozat egymást követő elemei, amelynek hányadosa 2. A téglatest térfogata  $1000 \text{ cm}^3$ . Határozza meg a téglatest felszínét!

**743** Egy téglatest alakú medence összes élének összege 68 m. Az egyik éle 3 méterrel rövidebb, a másik éle kétszer olyan hosszú, mint a harmadik él. Hány liter vizet tölthetünk bele, ha teljesen teletöltjük a medencét?

**744** Egy kocka egyik élét 2 cm-rel csökkentve, egy másik élét 2 cm-rel növelve, a harmadik élét változatlanul hagyva olyan téglatestet kapunk, amelynek térfogata  $32 \text{ cm}^3$ -rel kevesebb a kocka térfogatánál. Számolja ki a kocka és a téglatest éleinek hosszát!

## Hasáb, forgáshenger

Megoldás → 249. o. **0 9 4**

*a hasáb alaplappja, oldallappjai, a hasáb felszíne, térfogata; a forgáshenger (egyenes körhenger) alapkörének sugara, átmérője, a henger palástja, felszíne, térfogata*

- 745** Egy forgáshenger alapkörének sugara 2 cm, magassága 5 cm. Mekkora a henger felszíne, térfogata?
- 746** Erika nagyon szereti a teát, ezért olyan henger alakú bögrét vettünk neki, amelynek magassága 12 cm, alapkörének átmérője 8 cm. Minden reggel iszik egy bögre teát úgy, hogy a magasság  $\frac{5}{6}$  részéig tölti meg teával. Hány deciliter teát iszik reggelente Erika? (⇒)
- 747** A kiránduláson lángost sütöttünk, amihez először 6 liter olajat melegítettünk egy 40 cm átmérőjű, 30 cm magas henger alakú lábasban. Milyen magasan állt az olaj a lábasban, amikor beleöntöttük?
- 748** 12 liter levest szeretnénk főzni. A szekrényben négy különböző átmérőjű 20 cm magas henger alakú fazék van, az átmérőjük: 24 cm, 26 cm, 28 cm és 30 cm. Melyik fazekat válasszuk?
- 749** Egy négyzetes oszlop alakú, felül nyitott fém esővíztartály belső alapélei 8 dm hosszúak, belső magassága 12 dm-es.
- a) A tartályt belülről le szeretnénk festeni egy korróziógátló festékkal. Hány  $m^2$  a befestendő felület?
- b) Mennyi vizet tudunk az esővíztartályba maximálisan összegyűjteni?
- 750** Egy téglalap alapú hasáb alapélei 5 cm és 8 cm, térfogata  $200\text{ cm}^3$ . Mekkora a hasáb magassága?
- 751** A kedvenc svájci csokoládénk szabályos háromszög alapú egyenes hasáb alakú dobozba van csomagolva. A háromszög oldalai 6 cm-esek, a hasáb magassága 30 cm. Mennyi papírt használtak fel a dobozhoz, ha a ragasztásra a doboz felületének 10%-át rá kell számolni?
- 752** Egy 50 cm alapélű, 2 méter magas szabályos hatszög alapú egyenes hasáb alakú hirdetőoszlop palástját szeretnénk befesteni. Mekkora a befestendő terület?



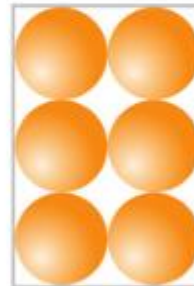
## Gömb

Megoldás → 250. o. **0 9 5**

*a gömb főköre, sugara, átmérője, tengelymetszete (kör), felszíne, térfogata*

- 753** Egy víztorony gömb alakú víztartályának belső sugara 10 m. Mennyi víz férne bele, ha teletöltenénk?

- 754** A FIFA szerint egy gömb alakú futball-labda akkor szabályos, ha főkörének kerülete egészre kerekítve 69 cm és a labda anyaga 1,5 mm vastag.
- Mekkora a labda külső átmérője?
  - Maximálisan mekkora lehet a labdába fújható levegő térfogata, ha feltételezhetjük, hogy a labda anyaga nem tágul?
- 755** Egy gömb felszíne  $153,9 \text{ cm}^2$ . Számolja ki egy tizedesjegyre pontossággal a gömb sugarát!
- 756** Hungarocellből gömb alakú karácsonyfadíszeket készítenek. Egy dísz térfogata  $65,45 \text{ cm}^3$ . Mekkora a dísz átmérője?
- 757** 3 cm sugarú gömb alakú gyertyákat kocka alakú papírdobozba csomagoljuk úgy, hogy a gyertya érinti a doboz oldallapjait. Mennyi papírra van szükségünk, ha a ragasztáshoz hozzászámoljuk a doboz méretéből adódó anyagszükséglet 8%-át?
- 758** A 40 mm átmérőjű pingponglabdákat téglalap alapú egyenes hasáb alakú papírdobozba csomagolják. Egy dobozba 6 db labdát tesznek hézag- és lötyögésmentesen az ábra szerint elhelyezve.
- Mekkora a választott doboz méreteit, ha a legkevesebb papírt szeretnék felhasználni?
  - Mekkora a doboz felszíne? (A doboz anyagának vastagságától tekintünk el.)



- 759** Három darab 67 mm átmérőjű teniszlabda olyan henger alakú papírdobozba van csomagolva, amelynek alap- és fedőlapja műanyag. A labdák szorosan, egymáshoz és a dobozhoz is hozzáérve helyezkednek el. Mekkora területű a felhasznált anyag papírból és műanyagból külön-külön, ha az illesztésekre a felületek 5%-át használják?
- 760** Egy gyógyszeres kapszula teljes magassága 2,3 cm, a palástja henger alakú, két vége egy-egy 8 mm átmérőjű félgömb. A kapszula külső térfogatának 95%-a az üreges belső rész térfogata. Belefér-e  $1 \text{ cm}^3$ -nyi gyógyszer a kapszulába?

## Forgáskúp, csonka kúp

Megoldás → 251. o. **0 9 6**

*a forgáskúp (egyenes körkúp) alapkörének sugara, átmérője, alkotója, nyílásszöge, palástja (körcikk), tengelymetszete (egyenlő szárú háromszög), felszíne, térfogata; a csonka kúp alap- és fedőkörének sugara, átmérője, alkotója, palástja (körgyűrűcikk), tengelymetszete (egyenlő szárú trapéz), felszíne, térfogata*

- 761** Egy forgáskúp alapkörének sugara 5 cm, magassága 12 cm. Mekkora a kúp felszíne?
- 762** Kúp alakú gyertyákat készítenek, a kúp alkotója 17 cm, alapkörének átmérője 16 cm. Hány  $\text{cm}^3$  viasz szükséges a gyertya elkészítéséhez? (A dermedéskor bekövetkező térfogatváltozástól tekintünk el.)
- 763** Egy egyenes körkúp nyílásszöge  $60^\circ$ , alkotója 10 cm. Mekkora a kúp felszíne, térfogata?



764 Egy forgáskúp palástja 9 cm sugarú  $120^\circ$ -os középponti szögű körcikk. Mekkora a kúp felszíne?

765 20 cm magas egyenes körkúp palástját szeretnénk félkörlepből elkészíteni. Mekkora a kúp felszíne? Mekkora a félkörlepből elkészítendő kúp magassága?

766 Egy 15 cm magas, 20 cm átmérőjű forgáskúp palástját kiterítjük egy síkba. Mekkora a keletkező körcikk középponti szöge?

767 Németországban az a szokás, hogy az iskolát elkezdő kisgyerekek az első napon egy kúp alakú csomagot kapnak tele ajándékkal. Gréti kúpját a tanító néni készítette, aki egy 80 cm sugarú körleplet az átmérő mentén 8 egybevágó körcikkre vágott, majd a nyolcadkör alakú papírlapokból kúpot formázott. Milyen magas lett a kúp? (A ragasztási veszteségektől tekintünk el.) (⇒)

768 Egy szimmetrikus trapéz alapjai 16 cm és 8 cm, szárjai 5 cm hosszúak. A trapézt megforgatjuk a szimmetriatengelye körül. Mekkora a keletkező forgástest felszíne és térfogata?



## Gúla, csonka gúla

Megoldás → 253. o.

0 9 7

az egyenes gúla alapéle, oldaléle, palástja (egyenlő szárú háromszögek), tengelymetszete kétféle (egyenlő szárú háromszög), oldalél és alapél szöge, oldalél és alaplap szöge, oldallap és alaplap szöge, felszíne, térfogata; az egyenes csonka gúla alapéle, fedőéle, oldaléle, palástja (egyenlő szárú trapézok), tengelymetszete kétféle (egyenlő szárú trapéz), oldalél és alapél szöge, oldalél és alaplap szöge, oldallap és alaplap szöge, felszíne, térfogata

769 Számítsa ki annak a szabályos négyoldalú gúlának a térfogatát, amelynek alapéle 16 cm, oldaléle 12 cm!

770 Egy szabályos négyoldalú gúla alapéle 8 cm, magassága 20 cm. Számolja ki a gúla felszínét!

771 Egy ház alapja 10 méter oldalú négyzet, tetőszerkezete olyan négyoldalú gúla, amelynek oldalélei 12 métereseek. Hány  $m^2$  cserepet vásároljunk, ha az illesztések és vágások miatt a szükséges mennyiségnél 12%-kal többet kell vennünk?

772 Karácsonyra szabályos négyoldalú gúlákat öntünk viaszból. Olyan öntőszablatot készítünk, amelynek oldallapja  $60^\circ$ -os szöget zár be az alaplappal, magassága 8 cm. Mennyi viaszt használunk fel egy gyertya öntéséhez, ha az öntési veszteség 6%?

773 Kerti pavilonunk teteje szabályos hatoldalú gúla alakú, amelynek alapélei 1 m, oldalélei 130 cm hosszúak. Hány kilogramm festéket vegyünk a pavilon tetejének lefestéséhez, ha 1,2 kg festékkel festhetünk le  $1 m^2$  felületet?

774 Az egyik cég szabályos nyolcszög alapú gúla alakú ajándékot készít fémből az ügyfeleinek. Az ajándék készítéséhez öntőformát használnak, amelynek alapéle 2 cm, oldaléle 5 cm. Legfeljebb hány gúlát tudnak önteni egy 10 cm élű kocka alakú fémtömbből?

775 Egy fából készült szabályos négyoldalú gúla alapélei 20 cm hosszúak, az oldallapjainak magassága szintén 20 cm. A gúlát az alaplapjával párhuzamosan, magasságának felénél két részre vágjuk. Mekkora a keletkező testek térfogata egész  $cm^3$ -re kerekítve?

776 Szüreteléskor olyan csonka gúla alakú szőlőtárolót használnak az egyik pincészetben, amelynek alapéle 2 méter, fedőéle 4 méter, magassága 3 méter, teteje nincs. Szüret előtt minden évben lefestik a tárolóedényt kívülről és belülről is. Hány  $m^2$ -t kell lefesteniük, ha összesen 30 ilyen edényük van?

## Vegyes feladatok testek felszínére, térfogatára

Megoldás → 256. o.

0 9 8

*egymásba ágyazott testek, érintősík, Héron-képlet*

**777** A henger alakú gyertyákat  $4 \times 4 \times 12$  cm téglatest alakú díszdobozba csomagolják. Mekkora lehet annak a gyertyának a felszíne, amelynek alap- és fedőköre illeszkedik a doboz alsó és felső lapjára, palástja pedig érinti a doboz oldallapjait?

**778** Egy csavarhúzó hegyéhez hasonló alakú test (lásd az ábrán) felülnézete kör, egyik oldalnézete háromszög, előlnézete 8 cm oldalú négyzet. A testet be akarjuk csomagolni, ezért egy dobozt szeretnénk készíteni neki, de még nem döntöttük el, hogy az henger vagy kocka alakú legyen.

Adja meg az erre alkalmas henger és kocka alakú dobozok minimális

- felszínének arányát
- térfogatának arányát!



**779** Egy fitnesslabdába 268 liter levegő fér. Hány centiméter a labda belső átmérője?

**780** Dominik elkészítette egy téglatest élvázát. Ezen megmérte, hogy a téglatest két lapátlója 39 cm és 17 cm hosszú, a testátlóját megmérve pedig kiszámolta, hogy annak négyzete  $1585 \text{ cm}^2$ . Hány centiméter drótot használt fel Dominik?

**781** Egy 10 cm oldalhosszúságú négyzetet megforgatunk

- az egyik oldala körül
- az egyik középvonala körül
- az egyik átlója körül.

- Mekkora a keletkező három forgástest felszíne, illetve térfogata? Válaszait egész  $\text{cm}^2$ -re, illetve egész  $\text{cm}^3$ -re kerekítve adja meg!
- Az első test felszíne hányszorosa a második test felszínének?
- A harmadik test térfogata hány százaléka a második test térfogatának?

**782** Egy virágtartó felső része henger alakú, alsó része pedig egy lefelé keskenyedő csonka kúp. Ez utóbbi rész alul 8 cm széles és 6 cm magas, a felső rész 10 cm széles, a tál teljes magassága 10 cm. Hány liter virágföld fér a virágtartóba, ha teljes magasságának  $\frac{4}{5}$  részéig töltjük meg?

**783** Egy hagyományörző rendezvényre a szervező cég indián sátor alakú helyszínt állított fel. A szabályos hatszög alapú gúla oldalélei és alapélei mentén, valamint a gúla testmagasságánál merevítőrudakat használtak. Az alapélekhez 2 m-es, az oldalélekhez 6 m-es merevítőket használtak.

- Milyen hosszú a testmagasságnál álló rúd?
- Mekkora területű vásznat feszítenek ki az oldallapokra az indiánok?

**784** Egy csillagvizsgáló henger alakú épületére félgömb alakú kupolát építettek. Az épület legnagyobb belső szélessége 20 méter, teljes belső magassága 15 méter. Az épületet klimatizálni akarják. Segítsen kiszámolni, hogy hány léghőméter klimatizálására kell alkalmasnak lennie az ehhez szükséges berendezésnek!

## Összefoglaló feladatsor

Megoldás → 258. o. **0 9 9**

### Geometria, koordináta-geometria, trigonometria

- 785** Döntse el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz, melyik hamis!
- Van olyan háromszög, amelyben az egyik oldalfelező merőleges, az egyik súlyvonal, az egyik magasságvonal és az egyik szögfelező egybeesik.
  - Van olyan háromszög, amelyben minden oldalra igaz, hogy az oldalhoz tartozó oldalfelező merőleges, az ugyanehhez az oldalhoz tartozó súlyvonal és magasságvonal, valamint az oldallal szemközti szög szögfelezője egybeesik.
  - A háromszög magasságpontja mindig a háromszög belsejébe esik.
  - Van olyan háromszög, amely köré írt kör középpontja a háromszög egyik csúcspontjába esik.
- 786** Egy 10,5 m magas épülettől 20 m-re van egy 3 m magas téglából épült kerítés. Milyen messze áll a kerítés túloldalán az az 1,5 m szemmagasságú megfigyelő, aki éppen látja még az épület legtetetjét a kerítéstől?
- 787** Egy hajó egy egyenes partszakasz felé tart a tengeren, amikor a kapitány ellenőrzi a GPS térképét. A part mentén egymástól 72 km-re két világítótorony is található. Az, amelyik a hajó haladási irányához képest balra esik, a hajótól 38 km-re van, amelyik jobbra, az 50 km-re. A hajó úti célja a két világítótorony közti távolság felénél található kikötő. Mekkora utat kell még a hajónak megtennie a kikötőig?
- 788** Egy 30 cm átmérőjű, 10 cm magas tortát 16 egyenlő szeletre vágunk. Mekkora egy szelet torta térfogata? (⇒)
- 789** Levest főzünk egy forgáshenger alakú 8 literes fazékban, amelynek magassága 30 cm.
- Milyen magasan áll a fazékban a beletöltött 3 liter víz?  
Beletesszük a fazékba a zöldségeket, ekkor a víz szintje 4 cm-rel megemelkedik.
  - Mekkora a beletett zöldségek térfogata?
- 790** Egy derékszögű háromszög két befogója 20 cm, illetve 21 cm hosszú. Forgassuk meg a háromszöget
- a rövidebbik befogója körül
  - a hosszabbik befogója körül
  - az átfogója körül.
- Állítsa nagyság szerinti növekvő sorrendbe az így keletkezett három forgástest térfogatát! Válaszát számolással indokolja!
- 791** Az óvodai homokozóba ma szállították ki a  $3 \text{ m}^3$  homokot, amely a leöntés után forgáskúp alakú volt. Az óvónők ekkor megmérték, hogy a kúp alakú homokkupac kerülete 15 m 71 cm. Milyen magas a homokkúp?
- 792** Egy belül üreges kúpba akkora gömböt helyezünk, amely érinti a kúp palástját és alapkörét. Számolja ki a gömb sugarát, ha a kúp magassága 35 cm, alapkörének átmérője 24 cm!

